

УДК 621.961:539.3

Ткачук Н. А.  
Демина Н. А.  
Сердюк Ю. Д.  
Ткачук А. Н.  
Кротенко Г. А.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ШТАМПОВОЙ ОСНАСТКИ

Контактное взаимодействие элементов штамповой оснастки (ЭШО) всегда было задачей, представлявшей научный интерес для механики и машиностроения. Соответственно в свое время был разработан целый ряд аналитических, полуаналитических и численных методов для исследования их напряженно-деформированного состояния (НДС) с учетом контактного взаимодействия [1–10]. Это методы потенциала, граничных интегральных уравнений, метод конечных элементов (МКЭ), R – функций и т. д. В то же время существует обширный класс задач о контактном взаимодействии, которые обладают определенной спецификой, не учитываемой предложенными методами и затрудняющей проведение исследований. К их числу относятся практически важные задачи о взаимодействии не одного-двух, а системы тел конечных размеров, причем зазоры между профилями контактирующих тел в плане намного меньше размеров вдоль образующей. Наиболее яркими примерами таких тел являются элементы штамповой оснастки, в частности, штампы для разделительных операций. Прочностные и жесткостные характеристики штамповой оснастки самым непосредственным образом влияют на точность изготовления и качество поверхности штампуемых деталей. Кроме того, работоспособность и стойкость инструмента, в первую очередь режущих элементов штампов, зависит от их напряженно-деформированного состояния. Все это обуславливало на всем протяжении развития штамповой оснастки уделять в процессе проектирования одно из центральных мест именно расчетам ее НДС. В свою очередь эта проблема в качестве важнейшей составляющей содержит задачу исследования контактного взаимодействия тел по поверхностям согласованной формы, поскольку сам технологический процесс непосредственно состоит в разделении материала посредством контакта режущих элементов штампа с заготовкой. При этом другие элементы штампа находятся в силовом контактном взаимодействии, которое обеспечивает передачу технологических усилий и движений в оснастке.

Достаточно полный обзор традиционных технологий исследования НДС элементов штампов приведен в работах В. П. Романовского, Г. Д. Скворцова, Е. И. Заярненко, А. Я. Мовшовича и других авторов [6–10]. Однако обобщения и развития по выполненным работам отсутствуют. Тем не менее, ценность этих материалов как основы для проведения дальнейших исследований неоспорима. Что касается численных методов исследования НДС с учетом контактного взаимодействия, то лидирующее положение среди них занимает МКЭ. Однако используемые при расчетах модели страдают целым рядом недостатков. Анализ публикаций [11–14] показал, что в настоящее время отсутствует единый подход к решению задачи об НДС элементов штампов с учетом контактного взаимодействия. Существующие и описанные в литературе методы и подходы обладают следующими недостатками: традиционные модели не учитывают особенностей реальной геометрической формы взаимодействующих тел, упрощенно моделируют их контактное взаимодействие и не дают полной и адекватной картины НДС; несогласованность численных и экспериментальных моделей и результатов; отсутствует механизм сопряжения со специализированными САПР и проведение многовариантных исследований в автоматизированном режиме.

Таким образом, можно заключить, что значительную актуальность приобрела задача теоретического обобщения задачи контактного взаимодействия с учетом специфики исследуемых объектов. В то же время накопленный к данному времени огромный массив результатов

экспериментальных, аналитических и численных исследований НДС элементов штамповой оснастки, в т. ч. отдельные исследования с учетом контактного взаимодействия, служат основой для создания обобщенных моделей и подходов. Это составляет содержание актуальной и важной научно-технической задачи совершенствования методов анализа НДС элементов штамповой оснастки с учетом контактного взаимодействия, решаемой в работе.

Целью настоящей работы является совершенствование методов и моделей для определения напряженно-деформированного состояния элементов штамповой оснастки с учетом контактного взаимодействия на примере разделительных штампов холоднолистовой штамповки.

Это предполагает, в свою очередь, решение следующих задач: разработка многоуровневой математической модели для исследования НДС ЭШО с учетом контактного взаимодействия по согласованным поверхностям и развитие методов расчетно-экспериментального обоснования параметров расчетных моделей для анализа НДС исследуемых объектов; реализация предложенных методов и моделей в виде подсистемы автоматизированного моделирования НДС элементов штампов для разделительных операций; решение прикладных задач проведение многовариантных исследований напряженно-деформированного состояния на примере элементов штамповой оснастки с учетом контактного взаимодействия со штампуемым материалом; анализ и обобщение выявленных физических особенностей в распределении компонент НДС, а также разработка научно обоснованных рекомендаций по выбору конструктивных и технологических параметров штампов.

Таким образом, исследуется процесс контактного взаимодействия и напряженно-деформированное состояние элементов разделительных штампов. Требуется усовершенствовать методы и модели для определения контактных давлений и компонент напряженно-деформированного состояния ЭШО при их взаимодействии между собой и со штампуемой деталью, а также установить зависимости величин и законов распределений контактных давлений и компонент НДС от конструктивных и технологических параметров элементов штампов.

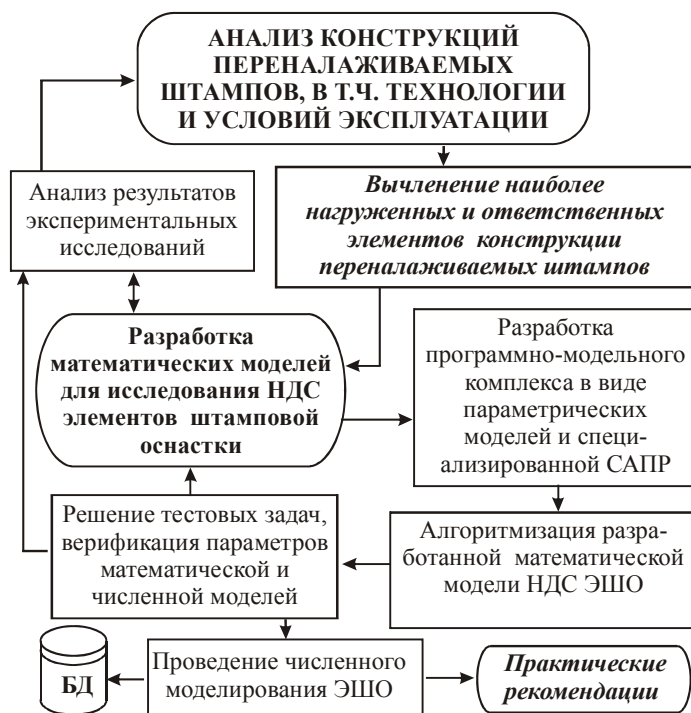


Рис. 1. Общая структура исследований

наиболее нагруженными и ответственными элементами штампов являются пуансоны, матрицы, пуансон – матрицы.

Математическое моделирование НДС элементов штамповой оснастки в соответствии с предлагаемой технологией исследований предполагает 3 варианта подмоделей комплексной математической модели НДС.

В работе описаны методы исследования НДС призматических тел с учетом контактного взаимодействия на примере ЭШО. Рассматривается организация исследований, представленная на рис. 1, обладает существенными преимуществами перед подходами, использованными другими авторами. В частности, она носит комплексный характер, т. е. опирается и на экспериментальные данные, и на аналитические формулировки, и на последующую численную реализацию на основе МКЭ в сопряжении с системами CAD/CAM/CAE. Рассмотрим отдельные этапы исследований (см. рис. 1). Анализ конструкций, технологических параметров и условий эксплуатации элементов штамповой оснастки позволяет сделать вывод, что

наиболее нагруженными и ответственными элементами штампов являются пуансоны, матрицы, пуансон – матрицы. Математическое моделирование НДС элементов штамповой оснастки в соответствии с предлагаемой технологией исследований предполагает 3 варианта подмоделей комплексной математической модели НДС.

Нижний уровень I представляет линейная модель, в которой предполагается известными из эксперимента и заданными законы распределения контактных усилий взаимодействия со штампуемым материалом. В этом случае задача сводится к трехмерной задаче теории упругости для тел с заданными площадками нагружения и известными законами распределения усилий, предложена новая форма записи граничных условий в терминах «кромочных» координат (рис. 2):

$$L(u)|_{\Omega} = 0; \quad \sigma_{z'}|_{r' < t'} = q(r'); \quad \sigma_{r'}|_{z' < a'} = q_n(z'); \quad \tau_{r'z'}|_{z' < a'} = q_{\tau}(z');$$

$$\int (q + q_{\tau}) ds = P_{шт}; \quad P_{шт} = L_{шт} \sigma_{ср} t k_{шт}.$$

(S)

В уравнениях (1)  $L$  – оператор краевой задачи теории упругости относительно перемещений  $u$ , действующий в области  $\Omega$ ;  $P_{шт}$  – интегральное усилие штамповки, распределенное по периметру  $L_{шт}$  режущей кромки инструмента;  $t, \sigma_{ср}, k_{шт}$  – толщина, сопротивление среза штампуемого материала и коэффициент затупления режущих кромок соответственно.

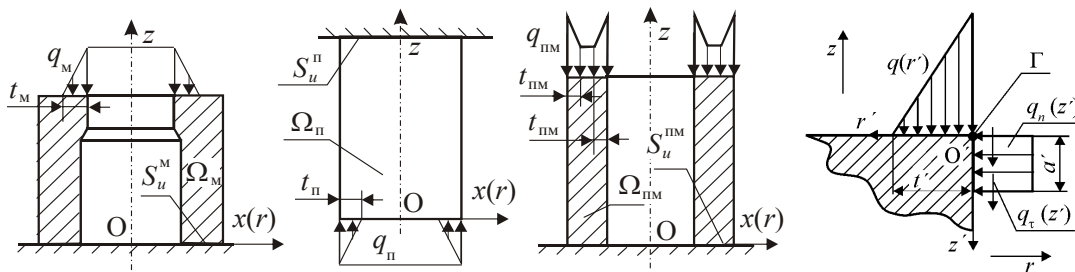


Рис. 2. Модель уровня I. Расчетные схемы матрицы, пуансона, пуансон-матрицы, а также система «кромочных» координат:

$O'r'z'$ :  $\Gamma$  – режущая кромка;  $q(r')$  – основное усилие штамповки;  $q_n, q_{\tau}$  – усилия обжатия и трения

Модель уровня II. Основной, наиболее заметный недостаток математической модели I состоит в раздельном рассмотрении режущих элементов штампов (т.е. отдельно друг от друга и от основного элемента технологической системы, их связывающего, – от штампуемого материала). На рис. 3 приведена схема такого взаимодействия, отнесенная к локальным «кромочным» координатам. Тогда, кроме системы уравнений, дополненной кинематическими граничными условиями на частях поверхности  $S_u$ , добавляются следующие условия на части поверхности возможного контакта:

$$u_{v'} + u_{v_{шт}} \leq \delta_c,$$

(2)

где  $u_{v'}$ ,  $u_{v_{шт}}$  – перемещения точек режущего элемента и заготовки по нормальям к поверхностям;  $\delta_c$  – начальный зазор в сопряжении.

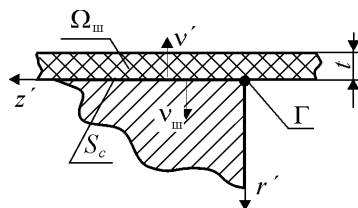


Рис. 3. Схема взаимодействия режущего элемента штампа со штампуемым материалом:  $\Omega_{шт}$  – область пространства, занимаемая штампуемым материалом;  $S_c$  – зона возможного контактного взаимодействия;  $v'$ ,  $v_{шт}$  – нормали к поверхностям режущего элемента и заготовки соответственно

При решении нелинейной задачи получаем не постулируемый заранее закон распределения контактных нагрузок  $q_c$ , а искомый закон их распределения в качестве еще одного неизвестного полученной задачи. При этом в качестве параметра нагружения можно взять или величину усилия штамповки, или величину хода ползуна прессы из некоторой нулевой точки  $\Delta$ , и тогда:

$$\int_{(S_c)} q_c ds = P_{\text{шт}}; \quad (3)$$

$$u|_{S_u} = \Delta. \quad (4)$$

Соотношение (3) задает силовое нагружение, а (4) – кинематическое. Получаемая в результате задача становится более сложной, существенно нелинейной, причем в качестве дополнительных неизвестных выступают конфигурации контактных зон и распределения контактных нагрузок. В качестве выходных параметров и данных выступают распределения  $q_c$  и значения  $t_m$ ,  $t_{\text{II}}$  и  $t_{\text{ПМ}}$ . Сама задача анализа становится не только громоздкой, но и качественно сложнее, поскольку переводит задачу анализа НДС в нелинейную постановку.

Модель уровня III. Следующим качественным шагом в формировании более адекватной математической модели НДС элементов исследуемой системы является устранение того факта, что при изучении ее поведения никак не моделируется сам физический процесс, который является основой технологического процесса штамповки – процесс разделения штампуемого материала. В этом случае переходим от линейного оператора  $L$  в (1) к нелинейному:

$$L^{(n)}(u, \Delta) = 0, \quad (5)$$

причем в нем присутствует и нелинейность геометрическая, и физическая, и структурная. Кроме того, в операторе присутствует также параметр процесса  $\Delta$  (например, ход ползуна прессы), от которого зависит текущее состояние нагруженности системы. Таким образом, записываемая соотношением (5) модель оказывается наиболее сложной из всех, однако при этом ожидаемо более адекватно описывающей поведение исследуемой системы.

Для моделирования контактного взаимодействия элементов штамповой оснастки (центральной в работе является модель уровня II) использованы методы теории вариационных неравенств, описанные в работах А.С. Кравчука [15]. Пусть поверхности контактирующих тел описываются уравнениями (рис. 4):

$$\Psi(r) = 0; \quad \Psi'(r') = 0; \quad (6)$$

$$\Psi(r) > 0 \text{ при } r \in \Omega; \quad \Psi'(r) < 0 \text{ при } r \in \Omega, \quad (7)$$

а положение произвольной точки после деформирования:

$$r = r_0 + u(r_0). \quad (8)$$

Тогда (6) с учетом (8) представимо в виде:

$$\Psi(r - u(r_0)) = 0. \quad (9)$$

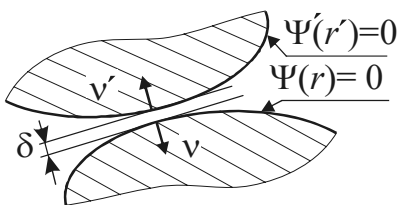


Рис. 4. Схема взаимодействия упругих тел

С учетом представления:

$$r'_0 = r_0 + t_0 \nabla \Psi(r_0) \quad (10)$$

и линеаризации условий непроникновения контактирующих тел друг в друга приходим к условию контакта в общем виде, аналогичному (2):

$$u_{vN} + u'_{vN} \leq \delta. \quad (11)$$

Исходная контактная задача (6)–(11) для системы тел приводится к проблеме минимизации функционала полной внутренней энергии на множестве перемещений, удовлетворяющих

условию (11). Естественно, что по сравнению с общей постановкой, решаемая задача об определении НДС элементов штампов с учетом их контактного взаимодействия обладает целым рядом специфических особенностей: большая часть сопрягаемых элементов штампов взаимодействуют по поверхностям согласованной формы, что существенно усиливает строгость принятых предположений о геометрии контактирующих поверхностей; принятые в модели предполагают малые перемещения точек поверхностей взаимодействующих тел, что ограничивает область применимости данной модели первыми этапами процесса штамповки; несмотря на то, что взаимодействующие поверхности контактирующих тел – плоские, область контакта и распределение контактного давления по-прежнему являются в данной задаче искомыми (как и в общем случае).

Формирование комплекса моделей исследуемых элементов штамповой оснастки осуществляется на основе их единого параметрического описания, в т. ч. физической, математической, геометрической, конечно-элементной и экспериментальной моделей. Предложенная адаптация метода обобщенного параметрического описания применительно к элементам штамповой оснастки является замыкающим звеном, позволяющим объединить МКЭ, метод пространственного геометрического моделирования, а также процедуры и алгоритмы синтеза элементов штамповой оснастки в единой комплексной математической модели. Предложена также общая структура реализации данного подхода, конкретизированная в виде специализированного программно-модельного комплекса, структура которого отражает общий подход, предлагаемый в работе и основанный на соединении использования моделей разного уровня сложности (рис. 5).

Преимущество предложенной технологии на основе использования обобщенного параметрического подхода, создания специализированных подсистем моделирования и анализа элементов сложных механических систем и применения сокращенного цикла исследований – в повышенной оперативности, сбалансированности по критериям точности модели и временным затратам на решение возникающих задач анализа и синтеза, а также в возможности работы в автоматизированном режиме. Таким образом, создается мощный и высокоэффективный инструмент для конструктора, технолога, исследователя.

Для расчета НДС элементов штамповой оснастки предложенный программно-модельный комплекс был реализован в нескольких вариантах, соответствующих уровням I, II, III описанной выше математической модели (см. рис. 5). С применением этих средств проведено исследование ряда элементов штамповой оснастки, в частности, баланс перемещений и уровни напряженного состояния в системе «пуансон-матрица – заготовка». Расчетная схема и результаты – на рис. 6, 7.

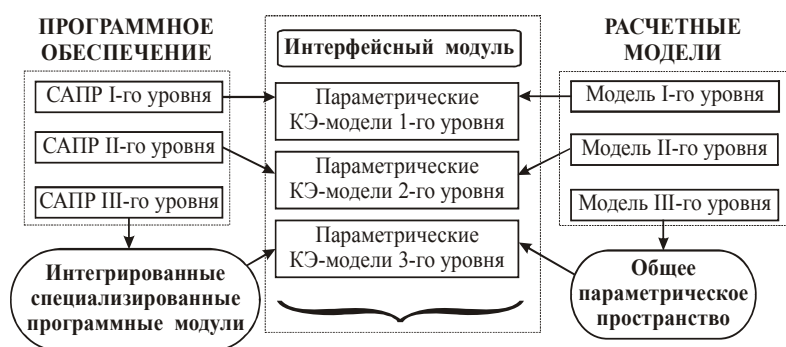


Рис. 5. Структура программно-модельного комплекса

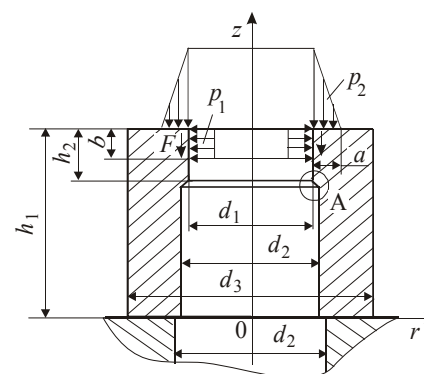


Рис. 6. Расчетная схема и геометрические параметры матрицы

Исследование НДС матриц служит основой для следующих выводов: доминирующими напряжения в исследованных матрицах СШ различной высоты являются напряжения  $\sigma_z$ ; величины максимальных напряжений имеют одинаковый уровень независимо от высоты

и толщины стенки матрицы; деформированное состояние матриц существенно зависит от их высоты, по виду деформаций условно можно выделить матрицы: низкие ( $H < d/3$ ,  $d = d_1$  – внутренний диаметр матрицы); средней высоты  $d/3 < H < 2d$ ; высокие ( $H > 2d$ ).

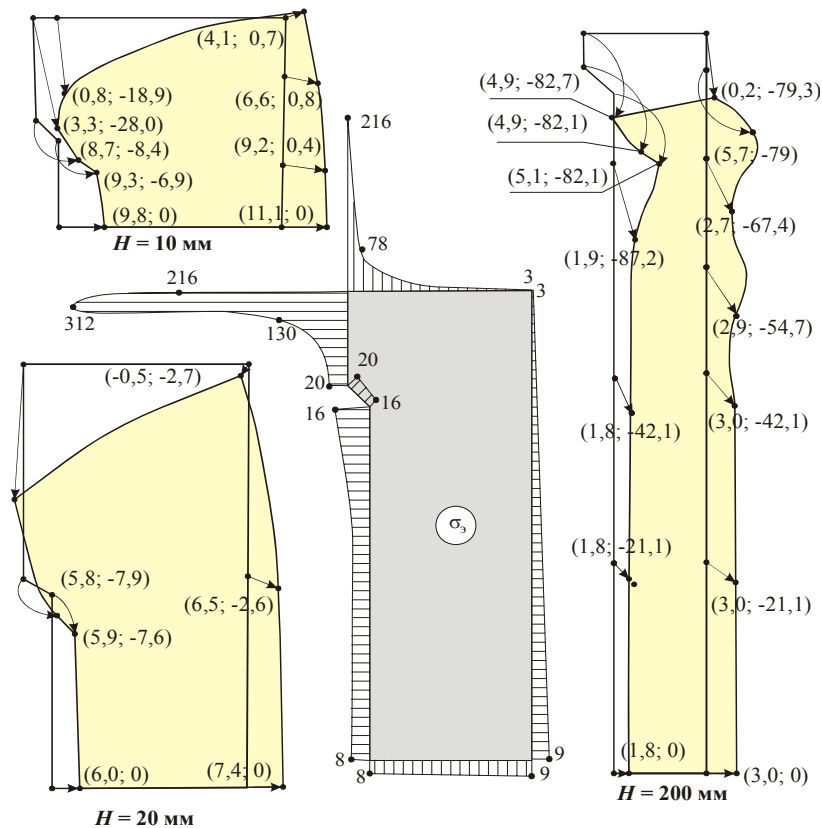


Рис. 7. Деформированное состояние и эпюры эквивалентных напряжений в матрице разделительного штампа

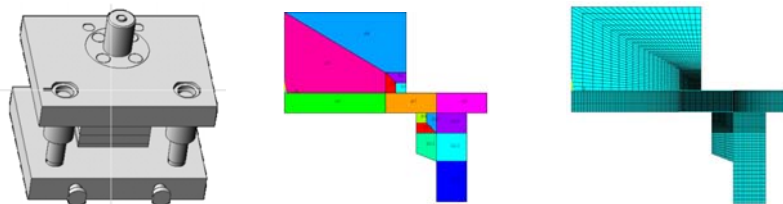


Рис. 8. Геометрическая модель штампа, геометрическая и конечно-элементная модели системы «пуансон-заготовка-матрица»

Анализ полученных распределений и параметрических зависимостей контролируемых величин от варьируемых параметров штампов позволяет сделать следующие основные выводы: контакт со штампуемым материалом реализуется вдоль режущих кромок по ширине  $0,1 \div 0,5 t$  ( $t$  – толщина штампуемого материала), контактное давление между инструментом и заготовкой имеет колоколообразный с максимумом на кромке вид, показанный на рис. 9–10; размеры зоны контакта и вид контактного давления слабо зависят от величины приложенной нагрузки; с уменьшением толщины заготовки и с ростом величины относительного зазора контактные давления и эквивалентные напряжения в заготовке растут; увеличение толщины заготовки приводит к увеличению относительной ширины зоны контакта (см. рис. 10); уменьшение технологического зазора между матрицей и пуансоном может достигать значительных величин, соизмеримых с самим зазором, что необходимо учитывать при назначении номинального зазора в процессе проектирования того или иного конкретного штампа.

Также исследовано НДС пуансон-матриц и пуансонов. Важной особенностью НДС матриц, пуансонов и пуансон-матриц СШ является наличие трех характерных зон: 1) – область непосредственной окрестности режущих кромок (в ней наблюдается резкий всплеск всех компонент тензора напряжений); 2) – область, отстоящая от режущих кромок на удалении, превышающем толщину штампуемого материала, но меньше толщины стенки матрицы, является переходной между областями I и III; 3) – область, удаленная от режущих кромок: НДС определяется интегральными силовыми факторами.

С использованием модели уровня II проведены исследования в осесимметричной постановке НДС элементов системы «матрица – материал – пуансон» с учетом контакта (рис. 8).

В ходе многовариантного расчета варьируются геометрические и технологические параметры штампов и контролируется ряд скалярных параметров (напряжений, перемещений и контактных давлений, рис. 9). Данные величины определяются с помощью специального макроса на языке «APDL ANSYS».



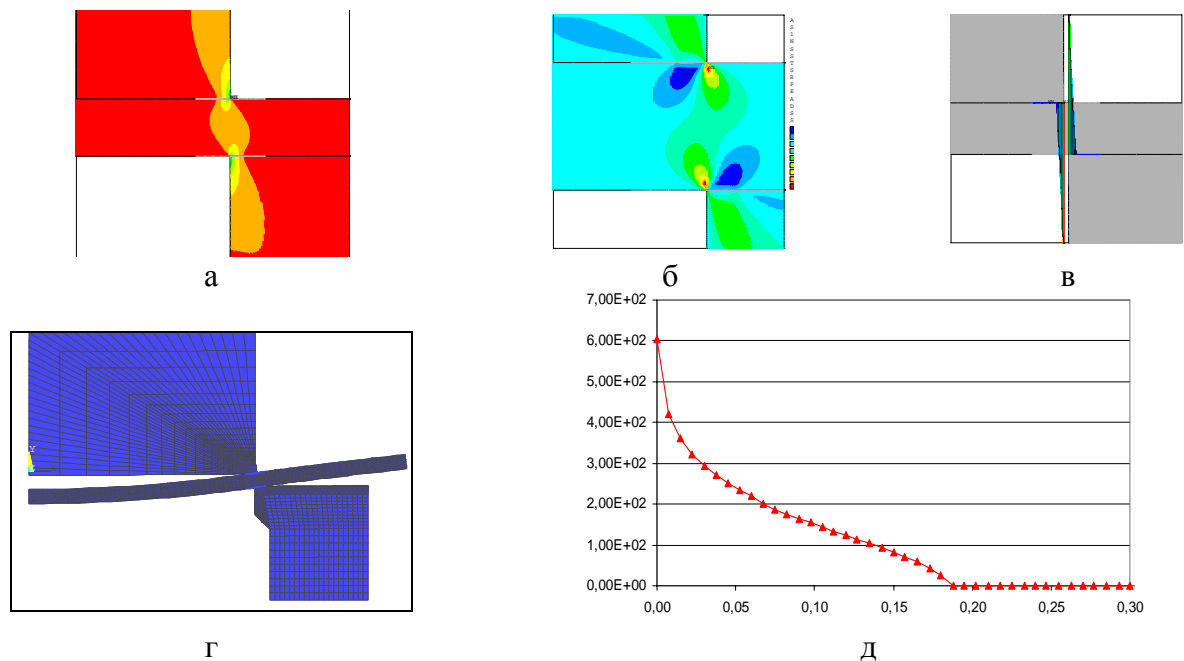


Рис. 9. Типовые распределения компонент НДС и контактных давлений в исследуемой системе:

а – осевые напряжения; б – касательные напряжения; в – контактные давления; г – деформированное состояние; д – контактные давления

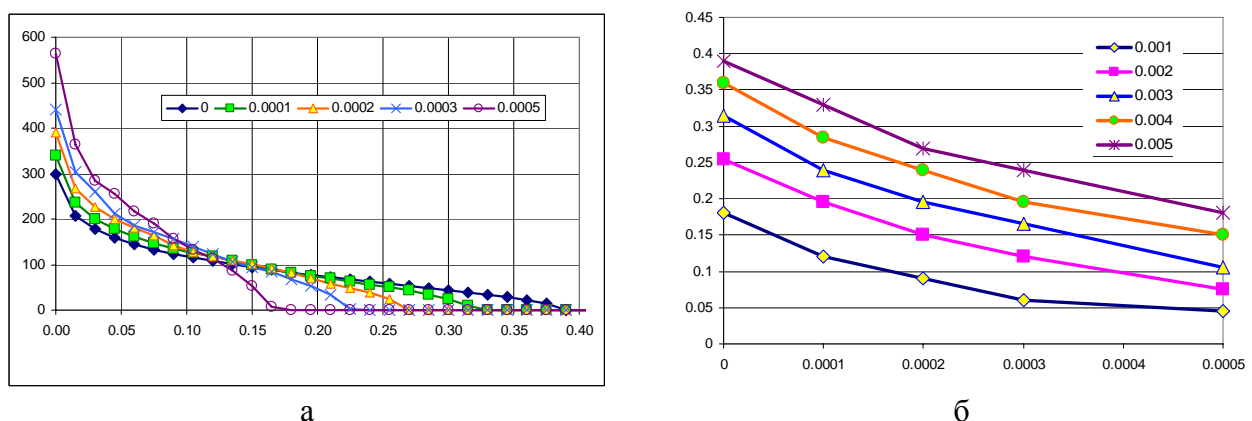


Рис. 10. Распределения контактных давлений при варьировании конструктивных и технологических параметров:

а – распределение контактного давления (МПа) для различных величин зазора (м); б – зависимость относительной ширины контакта от величины зазора (м) для 5-ти толщин (м)

Анализ полученных результатов позволяет сделать выводы о том, полученные характерные результаты в целом коррелируют с результатами, описанными в других работах [6–14]. В частности, это относится к ширине зоны контактного взаимодействия, характеру распределения контактных напряжений, зависимости ширины зоны контакта от толщины штампуемого материала и технологического зазора между матрицей и пуансоном.

Для решения возникающей сложной задачи исследования напряженно-деформированного состояния элементов штамповой оснастки на уровне III предложено привлечь обобщенный параметрический подход, а в качестве расчетного инструмента – программный продукт «LS-DYNA». Поля напряжений на деформированной геометрии элементов технологической системы листовой штамповки при увеличении хода ползуна прессы показаны на рис. 11. Четко видны стадии внедрения пуансона и матрицы в материал, пластическое деформирование заготовки, ее разрушение, локализация зон максимальных напряжений. Характер распределения усилия штамповки, полученного расчетным путем, близок к предсказываемому по

данным экспериментов закону. Кроме того, появляется возможность оценки качества поверхности раздела материала и остаточной деформации отштампованной детали, а также контактных давлений на инструмент.

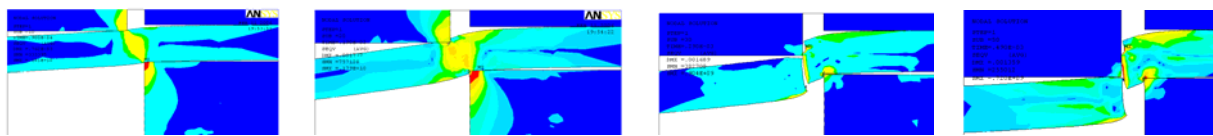


Рис. 11. Поэтапное моделирование процесса разделения штампуемого материала

Таким образом, создан «виртуальный стенд» для моделирования процесса штамповки с регистрацией всех промежуточных и конечного состояния взаимодействующих тел. В то же время для его корректного использования требуется подробная и глубокая разработка математической модели, численных методов и алгоритмов, а при использовании в практических задачах – привлечение значительных вычислительных ресурсов. Анализ полученных результатов продемонстрировал преемственность результатов от модели I уровня к модели III, а также некоторые качественные отличия. В итоге предлагается использование в зависимости от типа задачи модели разного уровня сложности. На основе полученных результатов могут быть разработаны рекомендации по рациональному проектированию элементов разделительных штампов.

### ВЫВОДЫ

1. Предложен новый подход к проведению исследований напряженно-деформированного состояния элементов штамповой оснастки, отличающийся тем, что предложенная иерархическая структура математических моделей соединяет в себе преемственность, адекватность, оперативность и параметричность.

2. В отличие от многих ранее использованных расчетных схем и моделей, построенных по принципу отдельного исследования НДС контактирующих тел, в данной работе предложен подход, основанный на исследовании этих элементов в составе единой системы взаимосвязанных и взаимодействующих тел. Это качественное изменение расчетной модели позволяет сделать вывод о ее более широких и глубоких потенциальных возможностях, большей степени точности, корректности, адекватности, управляемости. Разработанный подход реализован в виде специализированного программно-модельного комплекса для исследования НДС элементов штамповой оснастки МКЭ.

3. Анализ полученных распределений и параметрических зависимостей характерных величин от варьируемых параметров элементов штампов позволил установить следующие особенности: контакт со штампуемым материалом реализуется вдоль режущих кромок по ширине  $0,1 \div 0,5 t$ ; контактное давление между инструментом и заготовкой имеет колоколообразный вид с максимумом на режущей кромке; размеры зоны контакта и вид контактного давления слабо зависят от величины приложенной нагрузки; с уменьшением толщины заготовки и с ростом величины относительного зазора контактные давления и эквивалентные напряжения в заготовке растут; увеличение толщины заготовки приводит к увеличению относительной ширины зоны контакта; напряжения на режущих кромках инструмента в 2,5–4,5 раза выше напряжений в заготовке; уменьшение технологического зазора между матрицей и пуансоном может достигать значительных величин, соизмеримых с самим зазором, что необходимо учитывать при назначении номинального зазора в процессе проектирования того или иного конкретного штампа.

4. Важной особенностью НДС матриц, пуансонов и пуансон-матриц СШ является наличие трех характерных зон: I – непосредственная окрестность режущих кромок; II – переходная область; III – удаленная область. Выявлена сильная зависимость характера распределения компонент НДС в области III от конструктивных параметров (высота, диаметры, толщина и их соотношения), и слабая зависимость – от технологических параметров (толщина штампуемого материала и его механические свойства – рабочий зазор между режущими кромками инструментов), и, наоборот, сильная зависимость характера распределения компонент НДС в области I от технологических параметров, а от конструктивных параметров – слабая.



5. Существенным преимуществом предложенного в работе программно-модельного комплекса является его адаптация к функционированию в составе или параллельно с системами автоматизированного проектирования. Это позволяет при модульном построении использовать геометрические и конечно-элементные модели в универсальных CAD/CAM/CAE системах: «Pro/ENGINEER», «ANSYS», «SolidWorks», а также в среде специализированных САПР. За счет этого обеспечивается дополнительное преимущество таких систем по оперативности проведения расчетов НДС элементов штампов.

Предложенные подходы, методы, модели могут быть использованы для исследования НДС широкого спектра элементов штамповой оснастки, находящихся в контактном взаимодействии. В дальнейшем планируется применить предложенный подход к решению прикладных задач анализа контактного взаимодействия других элементов штамповой оснастки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л. А. Галин. – М.: Наука, 1980. – 303 с.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
3. Развитие теории контактных задач в СССР / Под ред. Л. А. Галина. – М.: Наука, 1976. – 493 с.
4. Александров В. М. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости / В. М. Александров, М. И. Чебаков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 304 с.
5. Механика контактных взаимодействий. / Отв. ред. И. И. Ворович, В. М. Александров. – М.: Физматлит, 2001. – 672 с.
6. Заярненко Е. И. Разработка математических моделей и расчеты на прочность разделительных переналяживаемых штампов: дис. ... д-ра техн. наук: 01.02.06: 05.03.05 / Е. И. Заярненко. – Харьков, 1992. – 418 с.
7. Заярненко Е. И. Расчеты на прочность вырубных матриц и пуансон-матриц для листовой штамповки / Е. И. Заярненко, А. В. Ткачук, Н. А. Ткачук // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990. – С. 18–21.
8. Скворцов Г. Д. Основы конструирования штампов для холодной листовой штамповки / Г. Д. Скворцов. – М.: Машиностроение, 1972. – 360 с.
9. Мовшиович И. Я. Повышение стойкости режущих элементов штампов методом вакуумно-плазменного упрочнения / И. Я. Мовшиович, Б. В. Горелик // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2005. – № 6. – С. 19–20, 29–32.
10. Романовский В. П. Справочник по холодной штамповке / В. П. Романовский. – Л.: Машиностроение, 1979. – 520 с.
11. К задаче формирования расчетных элементов технологических систем листовой штамповки / Н. А. Гоголь, О. В. Назарова, А. В. Ткачук [и др. // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005. – № 47. – С. 50–60.
12. Ткачук Н. А. Элементы разделительных штампов: методы и модели для исследования напряженно-деформированного состояния / Н. А. Ткачук, А. Я. Мовшиович, А. Н. Ткачук // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. – 2009. – № 2. – С. 16–25.
13. Демина Н. А. К вопросу моделирования напряженно-деформированного состояния элементов штамповой оснастки / Н. А. Демина // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – № 24. – С. 75–83.
14. Демина Н. А. Контактное взаимодействие в сопряжении «пуансон – штампуемый материал – матрица» / Н. А. Демина, О. П. Назарова, А. Н. Ткачук // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2007. – № 23. – С. 39–48.
15. Колтунов М. А. Прикладная механика деформируемого твердого тела / М. А. Колтунов, А. С. Кравчук, В. П. Майборода. – М.: Высш. школа, 1983. – 349 с.

Ткачук Н. А. – д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;

Сердюк Ю. Д. – гл. инженер ОАО «ГСКТИ»;

Демина Н. А. – ст. преподаватель ГТату;

Ткачук А. Н. – аспирант НТУ «ХПИ», университета Штутгарта, Германия;

Кротенко Г. А. – науч. сотрудник НТУ «ХПИ».

НТУ «ХПИ» – Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков;

ГТату – Государственный Таврийский агротехнологический университет, г. Мелитополь;

ОАО «ГСКТИ» – ОАО «Головной специализированный конструкторско-технологический институт», г. Мариуполь.

E-mail: tma@kpi.kharkov.ua